

M11 : Analyse réelle 1

Plan du cours avec 12 points clés

19h30 = 6 cours de 3h + 1cours de 1h30

Enseignant : M. Pycke : jrpycke@univ-evry.fr

Dans ce module sont abordées des notions base de l'analyse. Elles sont utiles dans tous les domaines : les mathématiques elles-mêmes mais aussi la physique, la chimie, la biologie, l'économie, l'informatique. Elle font partie de la "culture générale" de tout étudiant s'intéressant à ces domaines.

Les thèmes abordés sont : le langage de la théorie des ensembles, un peu de logique, les fonctions usuelles, les suites. Beaucoup ont bien sûr déjà été vues en Terminale (nombres réels, continuité, dérivée), mais seront introduites dans un cadre plus général.

Une douzaine de points sont insérés dans le plan, ils correspondront chacun à un théorème du cours. Ces théorèmes, signalés au fur et à mesure feront l'objet d'une question de cours lors de l'examen (une feuille concernant ces questions de cours vous sera distribuée ultérieurement). Ils constituent le "socle fondamental" à maîtriser pour l'examen et pour aborder avec sérénité les nombreux modules ultérieurs dont celui-ci sera considéré comme un prérequis.

Introduction \approx 4 heures

1 Quelques notations de la théorie des ensembles

2 Symboles Σ et \amalg

- Écrire avec le signe \sum et connaître la formule pour les sommes $1^k + 2^k + \dots + n^k$ pour $k = 0, 1, 2$ ou 3 .

3 Un peu de logique

I L'ensemble des réels \mathbb{R} \approx 3 heures

I.1 Insuffisance des rationnels \mathbb{Q}

I.2 Propriétés fondamentales de \mathbb{R}

- Propriété de la borne supérieure

I.3 fonctions valeur absolue, partie entière, ceil et floor

- Inégalité triangulaire

II Fonctions \approx 8 heures

II.1 Définitions générales, fonctions usuelles

- Définition, notations, allure du graphe (symétrie, points et tangentes remarquables) et propriété de base des fonctions usuelles (exp, log, x^α , sin, cos, tan, arctan, sinh, cosh)

II.2 Limite

II.3 Continuité

- Une fonction continue sur un intervalle fermé est bornée et atteint ses bornes

II.4 Dérivée

- Théorème des accroissements finis

II.5 Quelques inégalités usuelles utiles pour les majorations

II.6 Extrema d'une fonction

- Où trouver les extrema d'une fonction définie sur un intervalle

II.7 Fonctions convexes : définition, exemples

- Définition et caractérisation par la dérivée seconde d'une fonction convexe.

III Suites \approx 4,5 heures

III.1 Généralités

- Suites adjacentes

III.2 Suites arithmétiques et géométriques

- Expression du n ième terme et de la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique ou géométrique.

III.3 Suites récurrentes, exemples

- Les limites possibles d'une suite récurrente définie par une fonction continue sont les points fixes.
- Méthode pour étudier certaines suites récurrentes (arithmético-géométriques, homogénéiques, linéaires d'ordre 2)